

# INFLUENCE DE LA RUGOSITE SUR LE RAYONNEMENT THERMIQUE EMIS PAR LES SURFACES OPAQUES: ESSAI DE MODELE

J. F. ODY SACADURA

Département de Génie Mécanique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 69-Villeurbanne, France

(Reçu le 7 Octobre 1971)

**Résumé**—On établit un modèle statistique décrivant l'influence de la rugosité des surfaces opaques sur la forme de leurs indicatrices d'émission monochromatique. La surface rugueuse est représentée à l'aide d'un ensemble de petites cavités à parois lisses en forme de  $V$ , distribuées selon une loi statistique de type gaussien. On indique les résultats obtenus avec ce modèle pour l'aluminium et la magnésie, dans le proche infrarouge.

## NOMENCLATURE

$a$ ,	largeur de l'ouverture d'une cavité;	$\alpha$ ,	angle d'ouverture de la cavité;
$B(r)$ ,	fonction d'autocorrélation;	$\beta$ ,	angle entre le plan contenant le rayon émis par la cavité et un plan perpendiculaire à son arête;
$C(r)$ ,	coefficient d'autocorrélation;	$\gamma, \eta$ ,	paramètres intervenant dans les relations de Fresnel;
$D\{z\}$ ,	variance de $z$ ;	$\theta_i$ ,	$ \pi/2 - \bar{\theta}_i $ ;
$Fr$ ,	facteur de rugosité;	$\bar{\theta}_i$ ,	angle que fait un rayon émis ou réfléchi avec la normale à la paroi de la cavité;
$k$ ,	coefficient d'extinction du matéri- au;	$\epsilon_\lambda(\bar{\theta}_i)$ ,	facteur d'émission monochromati- que du matériau lisse dans la direction $\bar{\theta}_i$ ;
$l$ ,	largeur d'une face latérale d'une cavité;	$\epsilon_\lambda(\phi, Fr)$ ,	facteur d'émission monochromati- que d'une surface rugueuse dans la direction $\phi$ , en fonction de la rugosité $Fr$ ;
$l_b$ ,	distance séparant l'arête de la cavité du ième point de contact du rayon avec la paroi;	$\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$ ,	facteur d'émission monochromati- que apparent d'une cavité d'ouver- ture $\alpha$ dans la direction $\phi$ ;
$n$ ,	indice de réfraction du matériau;	$\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha, x)$ ou $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha, X)$ ,	facteur apparent local d'émission monochromatique, en un point $x$ (ou $X$ ) de l'ouverture d'une cavité et dans la direction $\phi$ ;
$p(z)$ ,	densité de probabilité de la variable $z$ ;	$\phi$ ,	angle définissant la direction d'émission du rayonnement provenant d'une cavité ou de la surface rugueuse;
$P(\Psi)$ ,	densité de probabilité de la variable $\Psi$ ;		
$T$ ,	longueur de corrélation;		
$x$ ,	abscisse situant le point d'émerg- ence d'un rayon sur l'ouverture de la cavité;		
$X$ ,	abscisse réduite $x/a$ ;		
$z$ ,	cote d'un point de la surface rugueuse;		
$\langle z \rangle$ ,	valeur moyenne de $z$ ;		
$Z$ ,	abscisse réduite égale à $1 - X$ ;		

$\lambda$ ,	longueur d'onde;
$\rho_{\lambda}(\bar{\theta}_i)$ ,	facteur de réflexion monochromatique du matériau lisse, dans la direction $\bar{\theta}_i$ ;
$\rho_{\lambda}^s$ ,	facteur de réflexion monochromatique dirigée relatif à la composante de polarisation perpendiculaire;
$\rho_{\lambda}^p$ ,	facteur de réflexion monochromatique dirigée relatif à la composante de polarisation parallèle;
$\sigma$ ,	écart-type sur $z$ ;
$\tau$ ,	distance "horizontale" séparant deux points de la surface rugueuse;
$\psi$ ,	angle définissant la pente de la surface rugueuse en un point.

### INTRODUCTION

ON ÉVALUE généralement les échanges de chaleur par rayonnement entre les surfaces opaques à l'aide de modèles reposant sur les hypothèses—simplificatrices—d'une émission diffuse et d'une réflexion diffuse ou spéculaire, selon les cas. Or, la plupart des matériaux utilisés dans la pratique présentent des propriétés radiantes qui se situent entre ces modèles schématiques, l'expérience montrant, en particulier, que la rugosité des surfaces a une influence non négligeable sur la forme de leurs indicatrices de rayonnement [1]. Les données que l'on possède dans ce domaine sont souvent de nature essentiellement expérimentale [2-4] et de plus, ce n'est que dans les publications récentes que l'on rencontre des études systématiques de l'état de surface des échantillons [5, 6].

L'élaboration de modèles théoriques décrivant l'influence de la rugosité des surfaces opaques sur leur rayonnement thermique est justiciable de différents traitements selon l'échelle de la rugosité [7], le critère de choix ordinairement retenu étant le rapport  $\sigma/\lambda$  de la rugosité (représentée, par exemple, par l'écart-type sur la hauteur des aspérités) à la longueur d'onde des radiations. Lorsque la rugosité est faible devant la longueur d'onde ou du même ordre

physique—prise en compte du caractère ondulatoire du rayonnement. Par contre, si la rugosité est grande devant la longueur d'onde,  $\sigma/\lambda \gg 1$ , le traitement peut être effectué simplement à l'aide de l'optique géométrique.

Ces deux aspects du problème ont été abordés par divers chercheurs qui se sont intéressés à l'émission ou à la réflexion. Ainsi, en France, Gosse et ses collaborateurs ont étudié l'influence de la rugosité sur les facteurs d'émission des métaux, Paulmier et Gosse ayant proposé un modèle géométrique dans lequel la rugosité intervient comme le rapport de la surface réelle de l'échantillon à son aire projetée [8, 9], tandis que Py a élaboré, à partir des théories établissant la constante diélectrique de milieux hétérogènes, un schéma valable dans le cas où les anfractuosités sont de dimension inférieure aux longueurs d'onde [7]. Plus nombreuses sont les études concernant les facteurs de réflexion. Nous citerons, en particulier, Bennett et Porteus [10] et, plus récemment, Torrance et Sparrow, ces derniers ayant cherché à décrire l'influence de l'état de surface sur les indicatrices de réflexion en adoptant un modèle dans lequel la surface est constituée d'une multitude de petites facettes planes, dont l'orientation est distribuée de manière gaussienne [5].

Leur analyse a fourni une explication satisfaisante pour le phénomène des pics de réflexion se produisant dans les directions non spéculaires. Un autre modèle statistique de surface rugueuse est celui de Collignon, dans une étude récente sur la forme des indicatrices de réflexion [11].

Nous avons essayé d'élaborer un modèle décrivant l'influence de la rugosité des surfaces sur leur facteur d'émission monochromatique dirigée, en nous plaçant dans le cas où  $\sigma/\lambda \gg 1$ .

Une difficulté réside dans la description mathématique de la rugosité. Mais, les radio-électriciens, en cherchant à étudier les phénomènes liés à la réflexion des ondes radar sur les différents reliefs, ont ouvert la voie dans ce domaine:

les renseignements fournis par l'important

ouvrage de Beckmann et Spizzichino [12] ainsi que l'observation d'enregistrements de rugosité de surface obtenus à l'aide de profilomètres amplificateurs performants (type Talysurf, par exemple) nous ont amenés—afin de ne pas trop compliquer le problème d'emblée—to opter pour un modèle géométrique unidimensionnel dans lequel la surface est constituée d'un grand nombre de microcavités à parois lisses en forme de "V", jointives, d'angle d'ouverture variable et distribuées selon une loi statistique à préciser. On a négligé l'effet de masque d'une cavité sur l'autre.

La première tâche, avant d'aborder l'aspect statistique du problème, revenait donc à évaluer le facteur d'émission dirigée apparent  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  de la cavité élémentaire en fonction de la nature du matériau, de la direction d'émission  $\phi$  et de l'angle d'ouverture  $\alpha$  de la cavité. Cette évaluation utilisant les relations de Fresnel pour le calcul des différents coefficients de réflexion, lors des impacts successifs d'un rayon sur la paroi, l'étude concerne le rayonnement monochromatique. De plus, les études faites en rayonnement monochromatique permettent généralement d'aboutir à des résultats plus commodes à exploiter que ceux, de nature trop globale, que l'on obtient en procédant en rayonnement total. Dans tout ce qui suit, il est donc question de rayonnement monochromatique. Cependant, nous omettrons parfois cet adjectif, ainsi que l'indice  $\lambda$ , pour alléger le texte.

#### 1. EVALUATION DU FACTEUR APPARENT D'EMISSION MONOCHROMATIQUE DIRIGÉE D'UNE CAVITÉ EN FORME DE "V" AUX PAROIS LISSES

La direction et la position d'un rayon émergeant d'une cavité en forme de "V" sont complètement définies par deux angles  $\phi$  et  $\beta$  ainsi que l'abscisse  $x$  (Fig. 1).  $\phi$  est l'angle que fait, avec la normale à la surface de l'ouverture, la projection du rayon sur un plan perpendiculaire à l'arête de la cavité,  $\beta$  est l'angle définissant cette projection,  $x$  une abscisse situant le point d'émergence par rapport à l'un des bords de la fente.

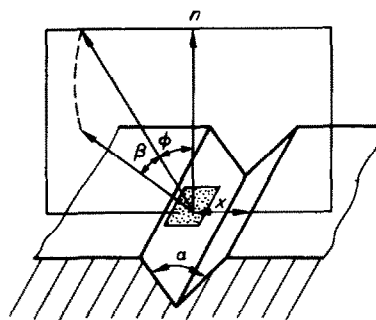


FIG. 1. Cavité élémentaire en forme de "V".

Des mesures récentes effectuées par Black et Schoenhalls [13] ont confirmé que l'inclinaison  $\beta$  par rapport au plan perpendiculaire à l'arête de la cavité n'avait pratiquement pas d'influence sur la valeur du facteur apparent d'émission dirigée de la cavité, ce dernier dépendant essentiellement de  $\phi$  et de  $x$ , à condition que la cavité soit suffisamment longue par rapport à ses dimensions transversales. On peut donc se limiter à un calcul du facteur d'émission pour les directions situées dans le plan normal à l'arête de la cavité, ce qui simplifie considérablement l'analyse, l'angle  $\phi$  suffisant alors pour caractériser le facteur d'émission dirigée  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$ .

L'hypothèse d'une paroi de cavité parfaitement lisse entraîne que les réflexions se produisant sur celle-ci sont spéculaires.

La construction géométrique représentée sur la Fig. 2 repose sur la méthode des images [14]. Elle permet de suivre aisément le trajet de chaque rayon depuis son origine sur la paroi de la cavité jusqu'à sa sortie, au point d'abscisse  $x$ , dans la direction  $\phi$ .

Le facteur d'émission local en  $x$ , dans la direction  $\phi$ , prend alors la forme:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha, x) = & \varepsilon_{\lambda}(\bar{\theta}_1) + \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_1) \varepsilon_{\lambda}(\bar{\theta}_2) + \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_1) \\ & \times \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_2) \varepsilon_{\lambda}(\bar{\theta}_3) + \dots + \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_1) \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_2) \\ & \dots \rho_{\lambda}(\bar{\theta}_{i-1}) \varepsilon_{\lambda}(\bar{\theta}_i) \end{aligned} \quad (1)$$

expression dans laquelle  $\varepsilon_{\lambda}(\bar{\theta}_j)$  et  $\rho_{\lambda}(\bar{\theta}_j)$  sont respectivement les facteurs d'émission et de réflexion pour la direction faisant un angle



$$\theta_1 = \phi + \frac{\alpha}{2} \text{ puis } \phi - \frac{\alpha}{2}, \quad \text{si } \phi < \frac{\alpha}{2}, \quad (5')$$

selon que le dernier contact sur la paroi avant l'émergence s'est fait sur l'une ou l'autre des faces latérales.

En introduisant la variable sans dimension  $X = x/a$ , la condition (3) devient:

$$\sin \theta_i \geq \sin \theta_1 - 2X \cos \phi \sin \alpha/2 \quad (6)$$

ou

$$\sin \theta_i \geq \sin \theta_1 - 2Z \cos \phi \sin \alpha/2 \quad (6')$$

avec

$$Z = 1 - X$$

selon la paroi sur laquelle a eu lieu le dernier contact avant l'émergence. A chaque contact d'un rayon avec une paroi, on évalue  $\theta_p$  puis  $\theta_i$  par la relation:

$$\bar{\theta}_i = |\theta_i - \pi/2| \quad (7)$$

$\rho_\lambda(\bar{\theta}_i)$  et  $\varepsilon_\lambda(\bar{\theta}_i)$  sont alors calculés à l'aide des relations de Fresnel relatives à la réflexion des ondes électromagnétiques sur un interface plan:

$$\rho_\lambda(\bar{\theta}_i) = \frac{1}{2} (\rho_\lambda^S + \rho_\lambda^P) \quad (8)$$

$$\rho_\lambda^S = \frac{\gamma^2 + \eta^2 - 2\gamma \cos \bar{\theta}_i + \cos^2 \bar{\theta}_i}{\gamma^2 + \eta^2 + 2\gamma \cos \bar{\theta}_i + \cos^2 \bar{\theta}_i} \quad (9)$$

$$\rho_\lambda^P = \rho_\lambda^S \cdot \frac{\gamma^2 + \eta^2 - 2\gamma \sin \bar{\theta}_i \operatorname{tg} \bar{\theta}_i + \sin^2 \bar{\theta}_i \operatorname{tg}^2 \bar{\theta}_i}{\gamma^2 + \eta^2 + 2\gamma \sin \bar{\theta}_i \operatorname{tg} \bar{\theta}_i + \sin^2 \bar{\theta}_i \operatorname{tg}^2 \bar{\theta}_i} \quad (10)$$

$$\gamma^2 + \eta^2 = [(n^2 - k^2) - \sin^2 \bar{\theta}_i]^2 + 4n^2 k^2 \quad (11)$$

$$\gamma = \sqrt{\left[ \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{[(n^2 - k^2) - \sin^2 \bar{\theta}_i]^2 + 4n^2 k^2} + (n^2 - k^2) - \sin^2 \bar{\theta}_i \right\} \right]} \quad (12)$$

Dans ces relations,  $\rho_\lambda^S$  est le facteur de réflexion correspondant à la composante de polarisation perpendiculaire et  $\rho_\lambda^P$  celui relatif à la composante parallèle.

$n$  et  $k$  sont les "constantes" optiques du matériau,  $n$  étant l'indice de réfraction et  $k$  le coefficient d'extinction.

On obtient  $\varepsilon_\lambda(\bar{\theta}_i)$  en appliquant la loi de Kirchhoff:

$$\varepsilon_\lambda(\bar{\theta}_i) = 1 - \rho_\lambda(\bar{\theta}_i). \quad (13)$$

Le volume important des calculs et la nécessité d'exploiter tous les cas de figure possibles dans le domaine:

$$0 \leq \alpha \leq 180^\circ \quad \text{et} \quad 0 \leq \phi \leq 90^\circ,$$

nous ont conduits à élaborer un programme de calcul automatique. Le traitement a été fait sur ordinateur IBM 1130.

Pour chaque ouverture de cavité  $\alpha$  et chaque angle  $\phi$ , le facteur d'émission apparent local  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha, X)$  est évalué tout au long de l'ouverture de la cavité divisée en 50 intervalles équidistants, puis on calcule le facteur d'émission apparent moyen correspondant  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  par intégration des  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha, X)$  en fonction de  $X$ .

## 2. RESULTATS CONCERNANT LE FACTEUR D'EMISSION DIRIGEE APPARENT DES CAVITES $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$

Le tracé des indicatrices sphériques d'émission des matériaux lisses fait apparaître deux types de comportements différents [1]: celui des matériaux bons conducteurs de l'électricité, et en particulier des métaux, qui présentent des indicatrices caractérisées par une faible émission normale mais une forte émission dans une direction plus ou moins rasante [15] et celui des mauvais conducteurs de l'électricité ou des diélectriques, dont l'indicatrice présente un contour plus arrondi, tangent à la surface. Ces derniers sont caractérisés par un coefficient d'extinction  $k$  sensiblement nul.

Nous avons donc choisi pour cette étude un matériau de chaque type: l'aluminium et la magnésie, reconnus pour avoir des comportements optiques opposés. Le volume important du traitement nous a obligés à restreindre cette première étude à une seule valeur de la longueur d'onde. Nous avons effectué les calculs pour une longueur d'onde située dans le proche infrarouge,  $\lambda = 2\mu$ .

Les valeurs utilisées pour les "constantes" optiques correspondantes proviennent de la référence [16]:

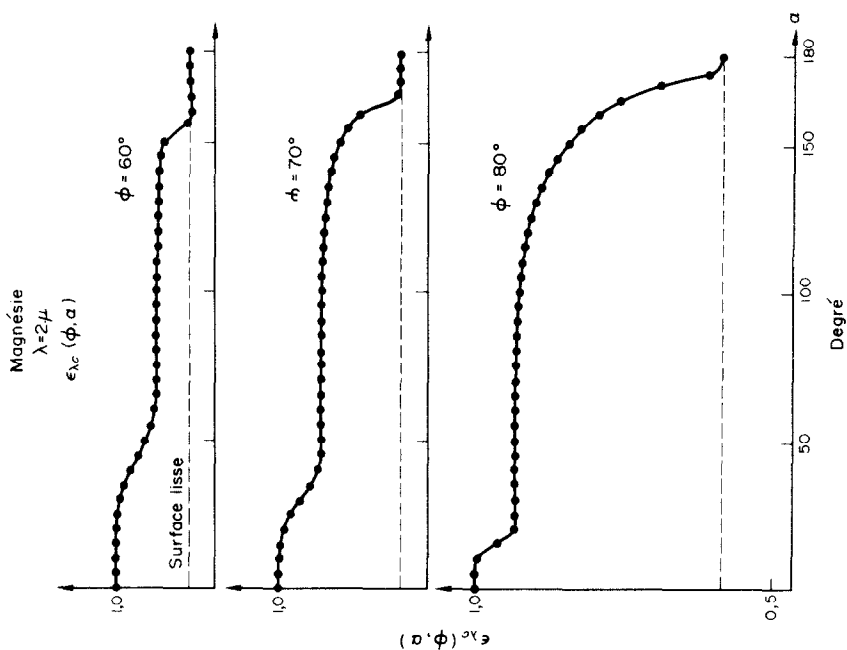


FIG. 4

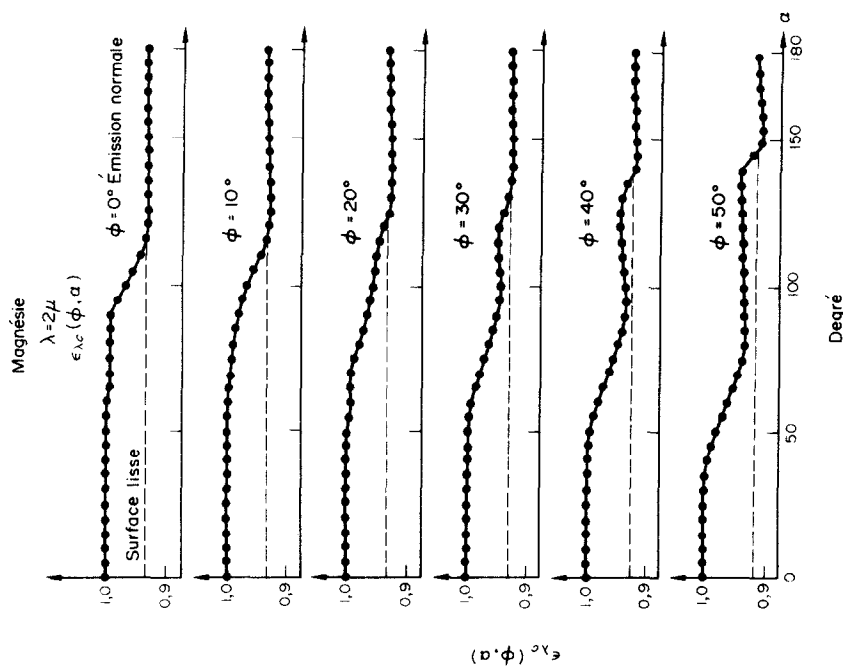


FIG. 3.

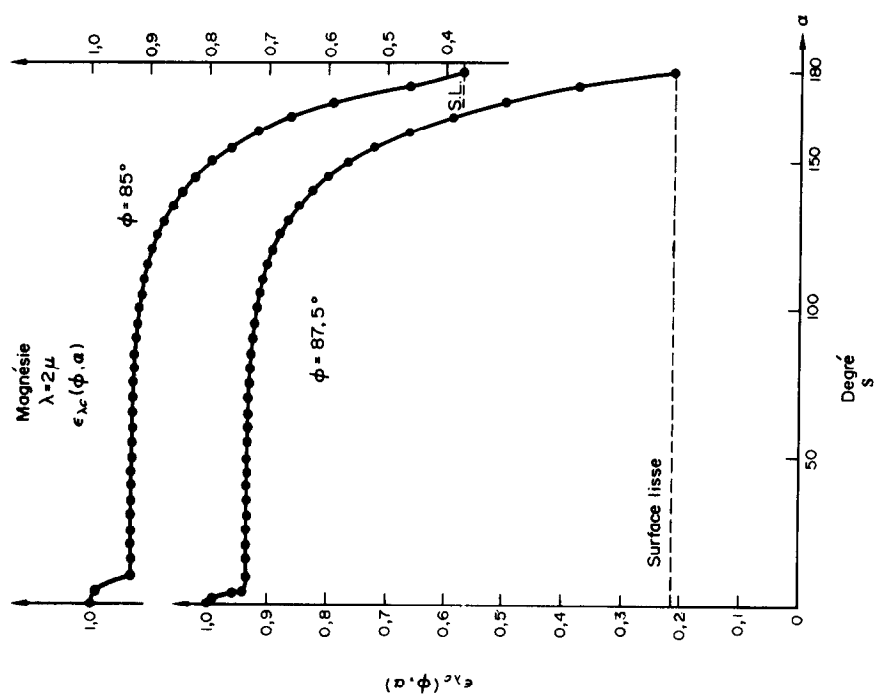


FIG. 5.

Figs. 3-5. Facteur d'émission dirigée apparent de la cavité creusée dans de la magnésie.

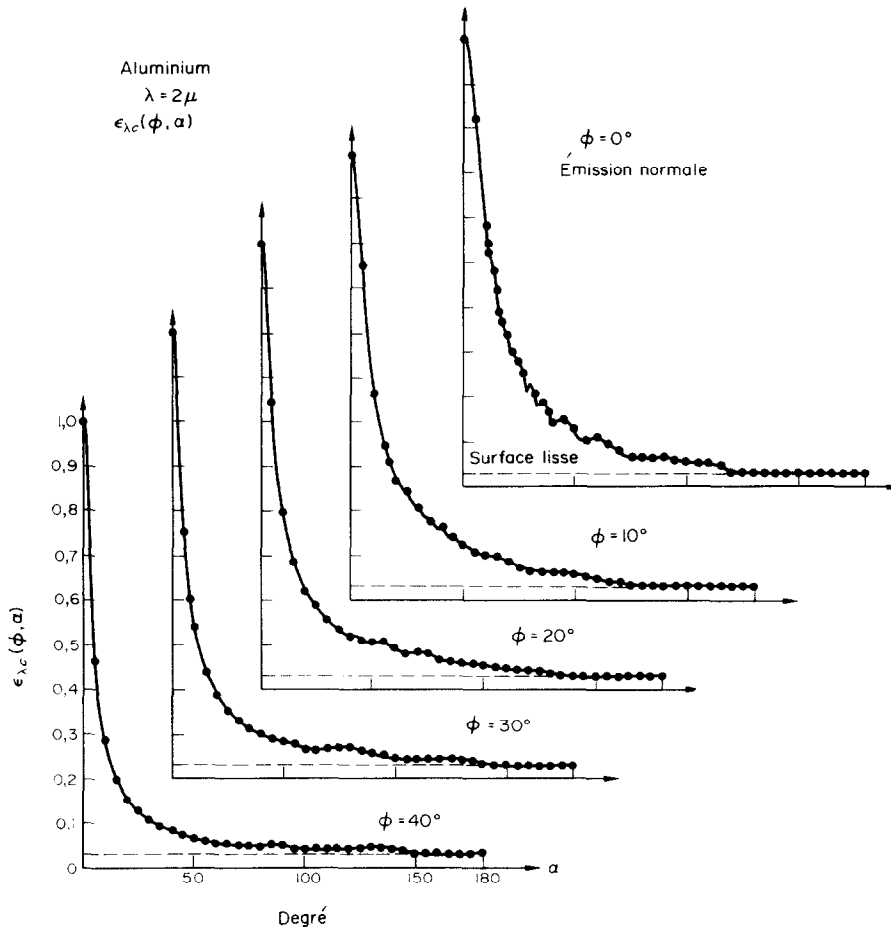


FIG. 6.

FIGS. 6-8. Facteur d'émission dirigée apparent de la cavité creusée dans de l'aluminium.

$n = 2,3$      $k = 16,5$     pour Al  
 $n = 1,7$      $k = 0$         pour MgO

Les résultats du calcul de  $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  ont été mis sous la forme d'un fichier sur cartes perforées, puis sur disque, destiné à être exploité dans la phase suivante de l'étude.

Ces résultats sont représentés sur les Figs. 3-5 pour MgO et 6-8 pour l'aluminium.

Le pas sur  $\alpha$  était de  $5^\circ$ , sauf dans les zones où les courbes présentent des variations brusques, comme c'est le cas pour Al. On a alors ramené ce pas à  $1^\circ$  et même  $0,25^\circ$  dans certains cas (pour les valeurs de  $\alpha$  voisines de zéro), le

programme de calcul permettant de faire varier le pas en cours de traitement. Le pas sur  $\phi$  était de  $10^\circ$  initialement, mais sa valeur a été resserrée au fur et à mesure que l'on se rapprochait de la direction d'émission rasante, surtout pour l'aluminium, en raison de la forme particulière de son indicatrice. Sur chaque graphe, on a indiqué en pointillé la valeur qu'aurait le facteur d'émission de la surface lisse dans la direction concernée.

Ces résultats appellent quelques commentaires: les courbes  $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  partent toutes du point (0,1), imposé par hypothèse, pour décroître d'une façon plus ou moins rapide et



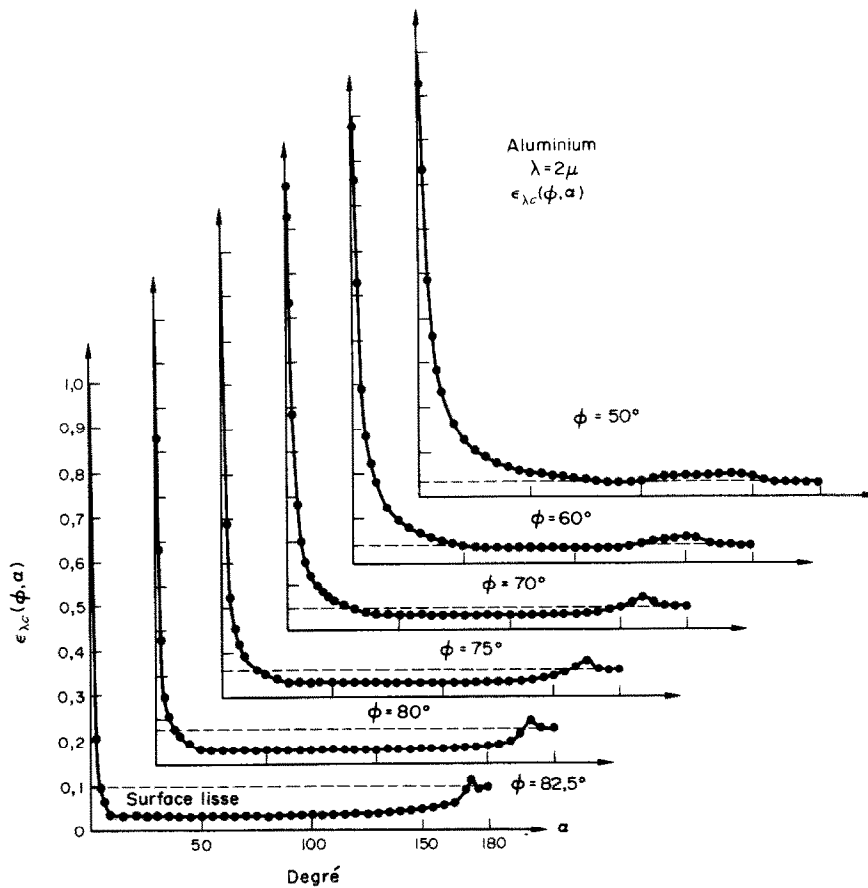


FIG. 7.

régulière selon le matériau, jusqu'à atteindre, pour  $\alpha = 180^\circ$ , la valeur relative à l'émission de la surface lisse dans la direction correspondante. Cette décroissance est d'autant plus rapide que  $\epsilon_\lambda(\theta)$  est faible et  $\phi$  important.

Les variations brusques que l'on note sur le tracé des courbes relatives à l'aluminium, pour les directions voisines de la normale, sont dues aux changements intervenant, avec certaines valeurs de  $\alpha$ , dans le nombre de réflexions, alliés à la forme de l'indicatrice du matériau lisse: en effet, lorsque les réflexions ont lieu pour des valeurs de  $\theta$  voisines du maximum d'une telle indicatrice, leur apparition ou

disparition a une influence importante sur la valeur résultante de  $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$ . Le même phénomène se produit également pour MgO, mais la valeur élevée du facteur d'émission de ce matériau à l'état lisse, ainsi que la forme plus arrondie de son indicatrice, rendent imperceptible son incidence sur les graphes  $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$ .

Par ailleurs, sur certains graphes, le tracé de  $\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  passe au-dessous du trait interrompu correspondant à la valeur du facteur d'émission de la surface lisse dans la direction  $\phi$ . Ce fait apparemment paradoxal qu'une cavité puisse émettre dans certains cas, un rayonnement plus faible que la surface lisse, comme on le vérifie,

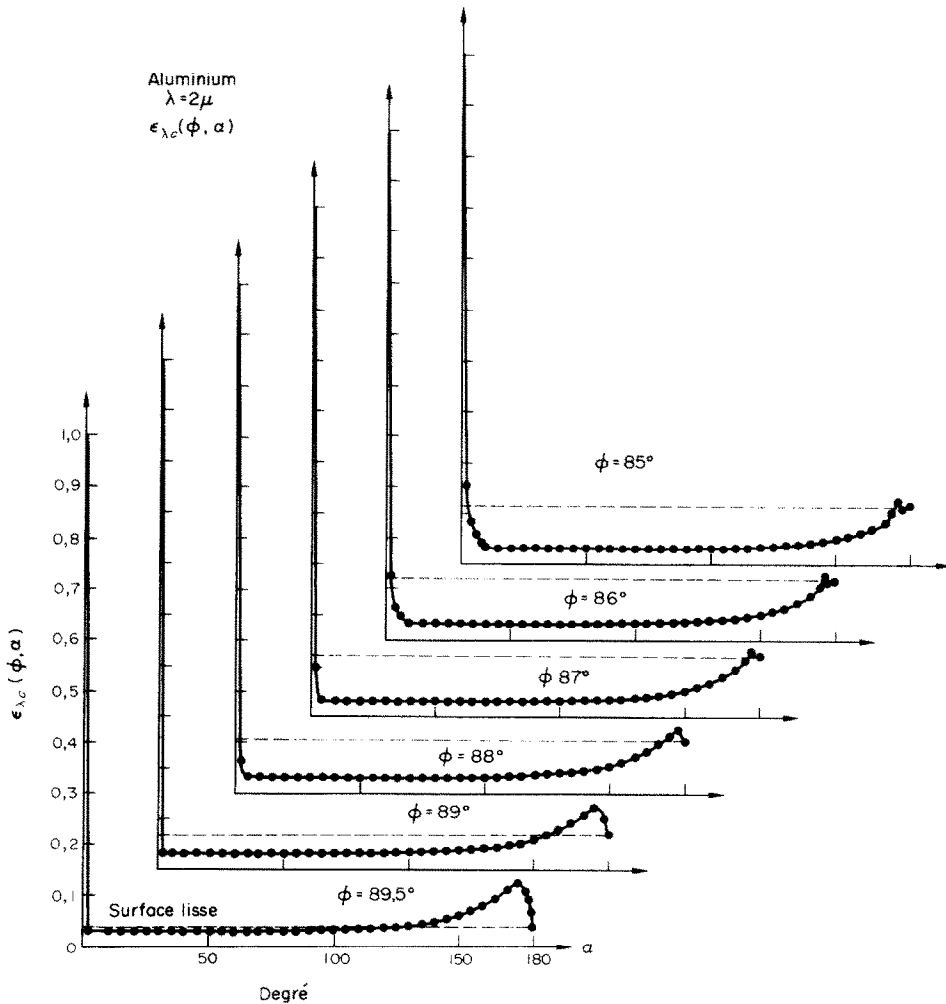


FIG. 8.

par exemple, pour l'aluminium à ( $\phi = 80^\circ$ ,  $\alpha = 100^\circ$ ) (Fig. 7), s'explique aisément (Fig. 9):

Cette éventualité se produit pour les directions  $\phi$  très inclinées. La surface lisse présente alors une émission très intense ( $\epsilon_\lambda(80^\circ)$  dans l'exemple indiqué) tandis que les rayons issus de la cavité, en raison de leur grande inclinaison, n'ont subi qu'un à deux impacts sur la paroi avec des angles  $\bar{\theta}$  plus faibles que  $\phi(\epsilon_{\lambda c}(80^\circ) = \epsilon_\lambda(40^\circ) < \epsilon_\lambda(80^\circ))$ . D'où une valeur résultante de

$\epsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  pouvant être inférieure à  $\epsilon_\lambda(\phi)$  (surf. lisse).

### 3. RAYONNEMENT EMIS PAR UNE SURFACE RUGUEUSE

Les surfaces rugueuses que l'on rencontre dans la nature peuvent être décrites approximativement à l'aide de la distribution de leur hauteur par rapport à un niveau de référence donné. Cette cote  $z$  est une fonction aléatoire

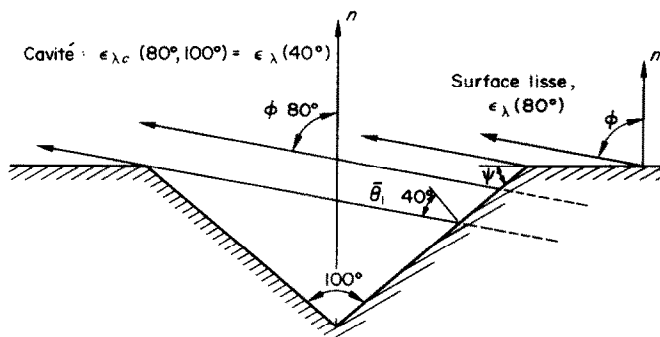


FIG. 9. Cas particulier:  $\alpha = 100^\circ$ ,  $\phi = 80^\circ$ : un seul contact rayon/paroi. Pour l'aluminium, on a alors:  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha) = \varepsilon_{\lambda}(\theta_1) < \varepsilon_{\lambda}(\phi)$ .

stationnaire des coordonnées  $x$  et  $y$  prises sur la projection plane de la surface:  $z(x, y)$ , ou simplement  $z(x)$ , si l'on adopte un modèle "unidimensionnel".

Mais, la distribution de  $z$  à elle seule ne donne pas de renseignement sur la densité des irrégularités; pour cela, il faut une fonction supplémentaire—dite d'autocorrélation—définie par [17]:

$$B(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{2L} \int_{-L}^L z(x) z(x + \tau) dx, \quad (14)$$

expression dans laquelle  $\tau$  est la distance horizontale séparant deux points  $z_1$  et  $z_2$  de la surface. On utilise également, à cet effet, le coefficient d'auto-corrélation qui est la forme normalisée de  $B(\tau)$ :

$$C(\tau) = \frac{B(\tau) - \langle z \rangle^2}{D\{z\}}, \quad (15)$$

$\langle z \rangle$  étant la valeur moyenne de  $z$  et  $D\{z\}$  sa variance.

La valeur  $T$  de la variable  $\tau$ , pour laquelle la corrélation  $C(\tau)$  tombe à la valeur  $e^{-1}$  est la "longueur de corrélation".

La Fig. 10 illustre l'interprétation physique de  $T$ . Elle représente, qualitativement, deux profils de surfaces ayant sensiblement la même variance, mais des longueurs de corrélation différentes.

Une des distributions les plus courantes, pour décrire une surface rugueuse est celle de Gauss [12]:

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) \quad (16)$$

dont la valeur moyenne de la cote est nulle:

$$\langle z \rangle = 0, \quad (17)$$

$\sigma$  étant l'écart type.

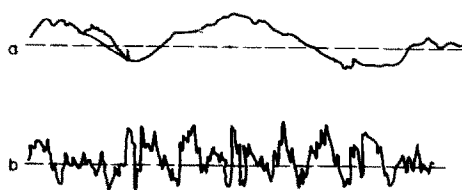


FIG. 10. Allure qualitative de deux profils de surface présentant  
(a) une grande longueur de corrélation  $T$ ,  
(b) une petite longueur de corrélation  $T$ .

La fonction et le coefficient d'auto-corrélation prennent la forme:

$$B(\tau) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{\tau^2}{T^2}\right) \quad (18)$$

$$C(\tau) = \exp\left(-\frac{\tau^2}{T^2}\right). \quad (19)$$

Les pentes de la surface sont définies (Fig. 9) par

$$\operatorname{tg} \psi = z'(x), \quad (20)$$

et on montre [12] que leur distribution est donnée par la fonction:

$$P(\psi) = \frac{T}{2\sigma(\sqrt{\pi}) \cos^2 \psi} \exp\left(-\frac{T^2 \operatorname{tg}^2 \psi}{4\sigma^2}\right) \quad (21)$$

qui peut être assimilée à une distribution normale pour des pentes  $\psi$  faibles (les tangentes pouvant alors être approximées par leurs arguments).

Chaque cavité d'angle d'ouverture  $\alpha$  émettant dans la direction  $\phi$  un rayonnement proportionnel à  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$ , l'ensemble des cavités constituant la surface rugueuse produira, dans cette direction, un rayonnement dont on peut évaluer le facteur d'émission à l'aide de la relation:

$$\varepsilon_{\lambda}(\phi) = 2 \int_0^{\pi/2} \varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha) P(\psi) d\psi \quad (22)$$

avec

$$\alpha = \pi - 2\psi. \quad (23)$$

Dans l'expression de  $P(\psi)$ , la surface est caractérisée à l'aide des deux paramètres  $T$  et  $\sigma$  qui interviennent en fait par leur rapport. Nous avons baptisé "facteur de rugosité" la quantité  $Fr = 2\sigma/T$  et évalué numériquement le facteur d'émission dirigée en fonction de ce paramètre,  $\varepsilon_{\lambda}(\phi, Fr)$ , pour les deux matériaux sélectionnés pour cette étude. Nous disposons, comme fichier d'entrée de ce calcul, de la table de valeurs  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  établie dans la phase précédente de ce travail. Les valeurs de  $\varepsilon_{\lambda c}(\phi, \alpha)$  intervenant dans l'intégration ont été évaluées par interpolation

polynomiale de cette table (formule de Lagrange à quatre points) et on a utilisé, pour l'intégration, la procédure de Romberg qui contient une extrapolation à zéro sur la valeur du pas d'intégration [18]. Cette méthode présente l'avantage d'une convergence rapide associée à une grande précision. Elle fait d'ailleurs l'objet d'un sous-programme de la bibliothèque IBM dont on s'est servi.

On a ainsi calculé  $\varepsilon_{\lambda}(\phi, Fr)$  pour diverses valeurs du "facteur de rugosité" comprises entre 0,01 et 20.

Les résultats sont représentés sur les Figs. 11 et 12.

#### 4. EXAMEN DES RESULTATS

Le "facteur de rugosité,  $Fr = 2\sigma/T$ , qui a servi à paramétrer le réseau de courbes des Figs. 11 et 12, peut être interprété comme une valeur moyenne du rapport existant entre les dimensions verticale et horizontale des irrégularités de surface. Il représente donc une valeur moyenne quadratique de la pente de ces irrégularités ([12], p. 251).

Pour les valeurs très faibles de  $Fr$ , on doit, par conséquent, s'attendre à ce que les indicatrices sphériques d'émission viennent pratiquement se confondre avec celle de la surface lisse. C'est ce qui se produit effectivement aussi bien pour l'aluminium que pour la magnésie, dès que  $Fr$  devient inférieur à 0,01 (sur les Figs. 11 et 12, l'indicatrice de la surface lisse est représentée en trait fort). L'augmentation de  $Fr$  se traduit par une forme d'indicatrice plus arrondie tendant à se rapprocher de celle caractérisant l'émission parfaitement diffuse: pour l'aluminium, disparition du maximum d'émission dans les directions rasantes, accompagnée d'un accroissement de l'émission normale. Son indicatrice se rapprocherait le plus de celle d'un diffuseur pour une valeur de  $Fr$  légèrement supérieure à 1, ce qui correspondrait à une pente moyenne des irrégularités voisine de  $45^\circ$ . Au-delà, pour les valeurs de  $Fr$  supérieures, le comportement

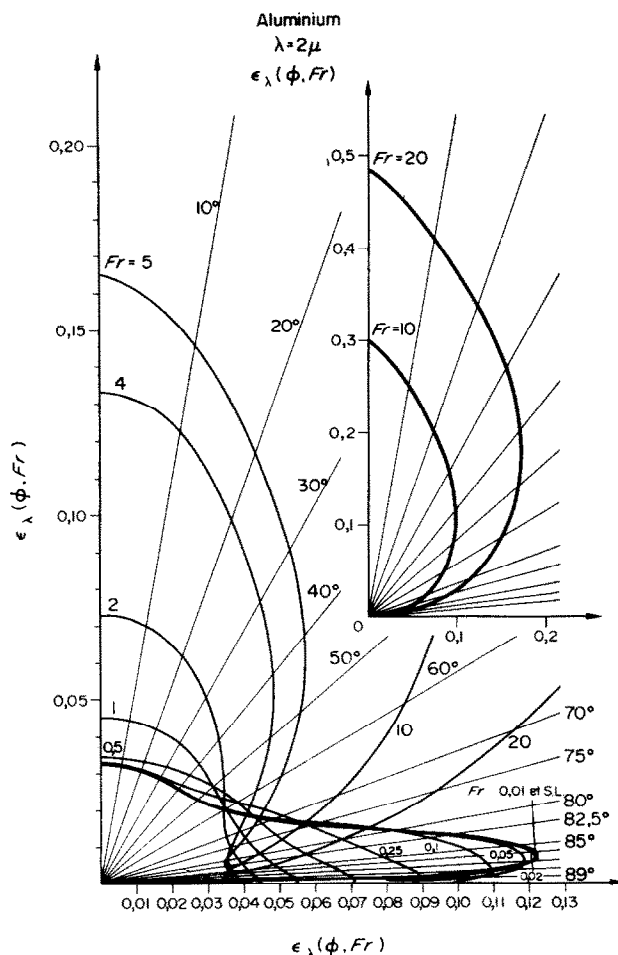


FIG. 11. Influence du facteur de rugosité sur l'indicatrice sphérique d'émission de l'aluminium. En trait fort: indicatrice relative à la surface lisse (S.L.).

de la surface devient nettement sélectif, l'émission dans les directions proches de la normale étant prépondérante. La pente moyenne des irrégularités devenant alors importante, le modèle ne trouve plus son équivalent dans les surfaces rugueuses naturelles, mais correspondrait plutôt au comportement des surfaces sélectives artificiellement créées à l'aide de rayures, comme celles réalisées par Black et Schoenhalls [13].

L'effet de la rugosité sur l'indicatrice de la

magnésie est analogue à celui observé pour l'aluminium. L'indicatrice de la surface lisse, dans ce cas, est déjà sensiblement sphérique, sauf dans la zone correspondant aux directions presque rasantes. L'augmentation de  $Fr$  "comble" cette zone, mais on note, néanmoins, pour les fortes valeurs de ce paramètre, une légère tendance à l'accroissement, avec l'angle  $\phi$ , de la courbure des indicatrices, ce qui peut s'interpréter comme un effet sélectif de même nature que celui indiqué plus haut.

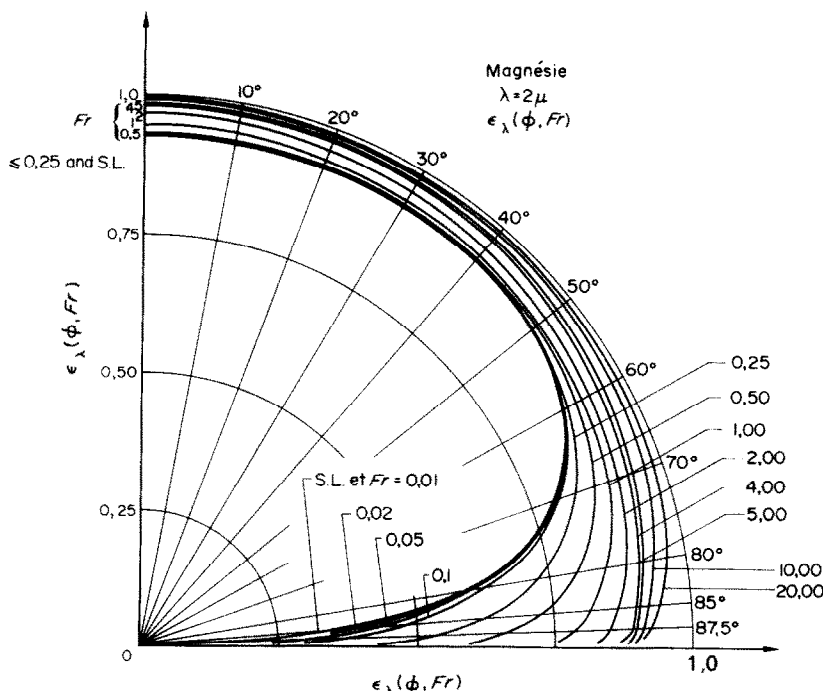


FIG. 12. Influence du facteur de rugosité sur l'indicatrice sphérique d'émission de la magnésie (S.L. = surface lisse: indicatrice en trait fort).

## 5. CONCLUSION

Les résultats obtenus à l'aide de ce modèle relativement simple prouvent l'intérêt de recherches plus poussées dans cette voie. En partant d'autres formes de cavité élémentaire, en tenant compte de l'effet de masque d'une cavité sur l'autre, ou en prenant d'autres lois de distribution, des modèles plus élaborés peuvent être conçus et il n'est peut-être pas utopique d'imaginer que l'on puisse réaliser un jour des dispositifs efficaces de mesure de rugosité des surfaces ne mettant en jeu qu'un relevé de leur indicatrice d'émission.

## REMERCIEMENTS

Nous tenons à exprimer nos remerciements à Monsieur le Professeur J. Gosse pour ses remarques et conseils, ainsi qu'à notre collègue Monsieur E. Rieutord pour son amical concours.

## BIBLIOGRAPHIE

1. E. M. SPARROW et R. D. CESS, *Radiation heat transfer*. Cole, Belmont, Calif. (1967).
2. E. SCHMIDT et E. R. G. ECKERT, Über die Richtungsverteilung der Wärmestrahlung, *Forsch. Geb. Ing.* 6, 175-189 (1935).
3. B. Münch, Die Richtungsverteilung bei der Reflexion von Wärmestrahlung, Eid. Tech. Hochschule, Leeman, Zurich (1955).
4. R. C. BIRKEBACK et E. R. G. ECKERT, Effects of roughness of metal surfaces on angular distribution of monochromatic reflected radiation, *J. Heat Transfer* 87C, 85-93 (1965).
5. K. TORRANCE, Off-specular peaks and angular distribution of reflected thermal radiation, Ph.D. Thesis, Univ. of Minnesota, Univ. microfilms No. 66.9044 (1966).
6. D. K. EDWARDS et I. CATTON, Radiation characteristics of rough and oxidized metals, *Advances in Thermophysics. Properties at Extreme temperature and pressures*, pp. 189-199 ASME (1963).
7. B. PY, Rayonnement thermique des métaux micro-rugueux ou dispersés, *Int. J. Heat Mass Transfer* 10, 1735-1742 (1967).
8. D. PAULMIER et J. GOSSE, *C.R. Acad. Sci., Paris* 256, 381-384, (1963).

9. D. PAULMIER, Influence de l'état de surface d'un métal sur le rayonnement et l'accommodation thermiques. P.S.T., Ministère de l'Air, N° 413 (1965).
10. H. E. BENNETT et J. O. PORTEUS, Relation between surface roughness and reflectance, *J. Opt. Soc. Am.* **51**(2), 123–129 (1961).
11. F. COLLIGNON, Etude des indicatrices de réflexion d'une surface rugueuse, *Rev. Gén. Thermique*, 91–92, 733–741 (juillet 1969).
12. P. BECKMANN et A. SPIZZICHINO, *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Pergamon, Oxford (1963).
13. W. Z. BLACK et R. J. SCHOENHALLS, A study of directional radiation properties of specially prepared V-Groove cavities, *J. Heat Transfer* **90C**, 420–428 (1968).
14. M. PERLMUTTER et J. R. HOWELL, *J. Heat Transfer* **85C**, 282–283 (1963).
15. B. PY, Rayonnement thermique des métaux polis, *Rev. Gén. Thermique*, **64**, 333–342 (avril 1967).
16. *American Institute of Physics Handbook*, 2e Ed., pp. 6–12, 6–117 (1963).
17. A. BLANC-LAPIERRE, *Modèles Statistiques pour l'Etude des Phénomènes de Fluctuations*. Masson, Paris (1963).
18. P. HENRICI, *Elements of Numerical Analysis*. Wiley, N.Y. (1964).

#### INFLUENCE OF SURFACE ROUGHNESS ON THE RADIATIVE HEAT EMITTED BY OPAQUE SURFACES: A TEST MODEL

**Abstract**—An attempt has been made to understand the effects of surface roughness on directional emissivity. Rough surfaces are simulated with an array of little one-dimensional smooth-walled V-groove cavities whose slopes are distributed according to a near-gaussian statistical law. Results obtained for aluminium and magnesia are presented and discussed.

#### EINFLUSS DER OBERFLÄCHENRAUHIGKEIT AUF DIE WÄRME ABSTRAHLUNG VON UN DURCHSICHTIGEN OBERFLÄCHEN: EIN VERSUCHSMODELL

**Zusammenfassung**—Es wird ein statistisches Modell aufgestellt, das den Einfluss der Rauigkeit von undurchsichtigen Flächen auf ihre monochromatische Abstrahlung beschreibt. Die raue Oberfläche wird dargestellt mittels kleiner Vertiefungen von V-Form mit glatten Wänden, die nach einer Gauss'schen Verteilung verstreut sind. Die Ergebnisse mit Aluminium und Magnesium-Oxyd werden dargestellt und diskutiert.

#### ВЛИЯНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ НА ИЗЛУЧАЕМОЕ НЕПРОЗРАЧНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ТЕПЛО. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

**Аннотация**—Делается попытка понять влияние шероховатости поверхности на направленную излучательную способность. Шероховатые поверхности моделируются рядом небольших одномерных V-образных полостей с гладкими стенками, наклоны которых определяются почти гауссовым статистическим законом. Приводятся и обсуждаются полученные результаты для алюминия и магнезии.